

La première démonstration d'existence d'un équilibre général, par Abraham Wald (1935-1936)

Philippe Le Gall*

G.R.E.S.E. – Université Paris I

Cet article précise les conditions historiques qui ont permis à Abraham Wald de construire la première démonstration mathématique de l'existence d'un équilibre général walrasien. Wald a fourni cette preuve dans le cadre du séminaire de mathématiques de Karl Menger, au sein du Cercle de Vienne ; nous verrons qu'elle porte à la fois la marque des succès et de la dislocation de la réflexion viennoise.

This article specifies the historical conditions which enabled Abraham Wald to construct the first mathematical demonstration of the existence of a Walrasian general equilibrium. Wald gave this proof in the mathematical seminar of Karl Menger, within the Vienna Circle ; we shall see that this proof has the characteristics of the successes and the dispersal of the Viennese thought.

Walras, dans les *Eléments d'Economie Pure* [1874], a tenté de conceptualiser le fait que les décisions des agents de l'économie, guidés par leur seul intérêt propre et sans concertation, ne conduisent pas à un

* Centre PMF, 90 rue de Tolbiac, 75634 Paris Cedex 13. L'auteur remercie Annie Cot, Jérôme Glachant, Bernard Guerrien, Jérôme Lallement, Franck Portier et André Zylberberg pour leurs observations et critiques.

chaos social. Avant lui, Cournot [1838] avait compris qu'une solution complète des problèmes partiels de l'économie nécessitait la prise en compte du système dans son ensemble; il pensait cependant que le problème de l'équilibre général dépassait les possibilités de l'analyse mathématique. Walras, en souhaitant élever l'économie mathématique au rang d'une science, au même titre que l'astronomie ou la mécanique mathématique, s'est efforcé de montrer qu'il était possible de résoudre le problème envisagé par Cournot.

Seul un modèle mathématique – un système d'équations simultanées – pouvait rigoureusement prendre en compte les interdépendances des variables décrivant l'économie. En construisant un système de production par secteur permettant de déterminer les prix, les quantités de services offerts et de biens demandés, Walras fonde la théorie de l'équilibre général. Pour lui, la cohérence interne du système et du mécanisme de formation des prix en concurrence pure provient de l'égalité du nombre d'équations et du nombre d'inconnues, signe que le mécanisme du tâtonnement conduit à l'existence et à la stabilité de l'équilibre (Zylberberg [1989], p.14).

La philosophie théorique de Walras est cependant mise en sommeil : au cours des cinq décennies suivantes, aucun argument ne vient conforter l'existence d'un équilibre général. Les économistes se contentent de compter le nombre des équations et le nombre des inconnues de leurs systèmes, puis de s'assurer de leur égalité, qui ne rend l'équilibre que *possible*. L'existence d'un équilibre général est-elle alors une question fondamentale? La théorie de l'équilibre général s'est développée sans réellement l'approfondir. Nous allons montrer que, si la question exige une réponse d'ordre purement mathématique, cette réponse est totalement dépendante du développement des interpénétrations entre l'économie et les mathématiques, qui surviendront dans des circonstances historiques très particulières.

La première étape importante – mais involontaire – dans la recherche de l'existence d'un équilibre se situe en Suède. Le mathématicien Gustav Cassel, dans son *Traité d'Economie Politique* – dont la première édition allemande date de 1918 – présente un système walrasien maniable, basé sur des fonctions de demande simplifiées. La grande simplicité du système de Cassel provient du fait que ce dernier rejette la théorie de l'utilité; il utilise des prix et des fonctions de demande sans s'interroger sur leurs fondements : « Cassel a placé les prix au cœur de sa théorie d'allocation, et a utilisé les facteurs de demande comme

